ÜBERSICHT

1 Brüche und Anteile

2 Gemischte Zahl ⟷ Unechter Bruch

3 Brüche erweitern und kürzen

4 Brüche als Quotienten

5 Ordnen auf dem Zahlenstrahl

6 Brüche vergleichen

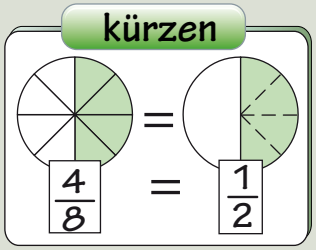
7 Prozente und Kommazahlen

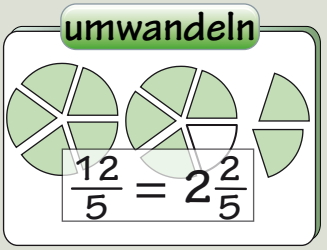
8 Addieren und subtrahieren

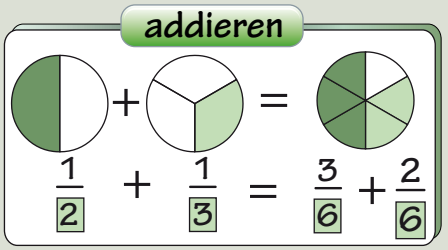
9 Brüche vervielfachen und teilen

10 Brüche multiplizieren

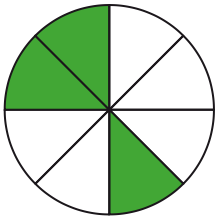
11 Brüche dividieren







Brüche sind Anteile von einem Ganzen. Das Ganze wird dazu immer in **gleich große Teile** komplett aufgeteilt.



$\frac{3}{8}$ — 3 Teile sind angemalt; 8 Teile sind es insgesamt

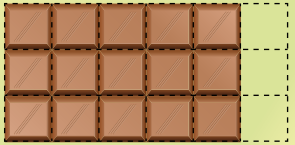
Zähler
Bruchstrich
Nenner

hier kommen Brüche vor

bei Gegenständen

$\frac{1}{8}$ Pizza

Schokolade



$\frac{15}{18}$

bei Größenangaben

$\frac{1}{2}$ kg

$\frac{3}{4}$ Liter

bei Zahlenangaben

Ganoven Ede darf $\frac{2}{5}$ der Beute behalten.
6245 : 5 = 1249
2·1249 = 2498 €

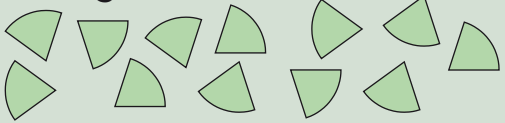
2 Gemischte Zahl ↔ Unechter Bruch

Brüche, die größer als ein Ganzes sind, können als **Gemischte Zahl** oder als **Unechten Bruch** aufgeschrieben werden.

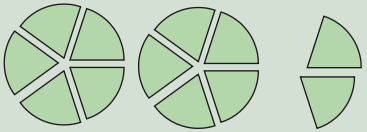
Umwandlung

in eine Gemischte Zahl

$\frac{12}{5} \longleftrightarrow ?$



Fasse immer 5 Fünftel zu einem Ganzen zusammen:

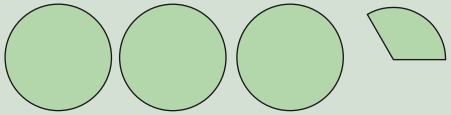


Die 5 passt 2 mal in die 10 und 2 Fünftel bleiben übrig.

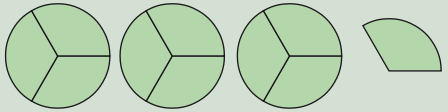
$$\frac{12}{5} = 2\frac{2}{5}$$

in einen Unechten Bruch

$3\frac{1}{3} \longleftrightarrow ?$



Teile jedes Ganze in 3 Drittel auf und zähle die Drittel:



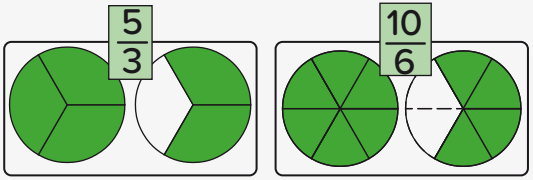
3 Ganze sind 3 mal 3 Drittel und addiere 1 Drittel dazu.

$$3\frac{1}{3} = \frac{10}{3}$$

Durch **Erweitern** und **Kürzen** kann man den gleichen Bruch anders darstellen. Der Wert des Bruches bleibt dabei gleich.

Erweitern

Erweitern heißt **verfeinern**:



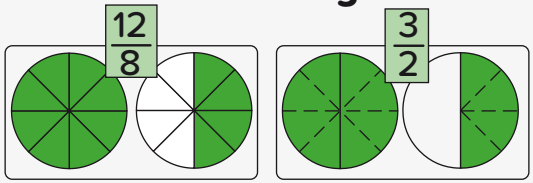
Teile das Ganze in *mehr gleiche* Teile auf. Der Anteil bleibt gleich.

$$\frac{5}{3} \overset{\cdot 2}{=} \frac{10}{6} \qquad \frac{3}{4} \overset{\cdot 5}{=} \frac{15}{20}$$

Multipliziere Zähler *und* Nenner mit der *gleichen* Zahl.

Kürzen

Kürzen heißt **vergröbern**:

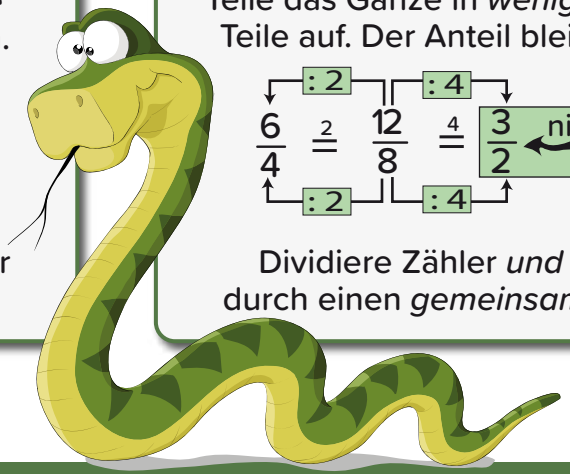


Teile das Ganze in *weniger gleiche* Teile auf. Der Anteil bleibt gleich.

$$\frac{6}{4} \overset{:2}{=} \frac{12}{8} \overset{:4}{=} \frac{3}{2}$$

nicht mehr kürzbar

Dividiere Zähler *und* Nenner durch einen *gemeinsamen* Teiler.



Der Bruchstrich kann auch als Divisionszeichen gesehen werden. Wenn man zwei Zahlen dividiert, erhält man als Ergebnis einen Bruch.

Verteile 4 Pizzas gerecht auf 3 Personen

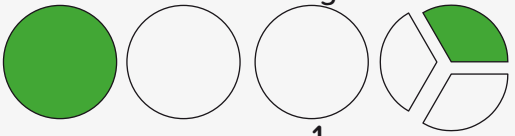
1. Möglichkeit

Teile jede Pizza in 3 gleiche Teile.

$4 : 3 = \frac{4}{3}$

2. Möglichkeit

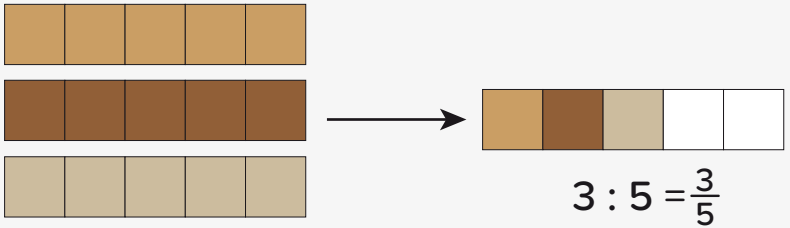
Jeder bekommt eine ganze Pizza und die letzte Pizza wird gedrittelt.



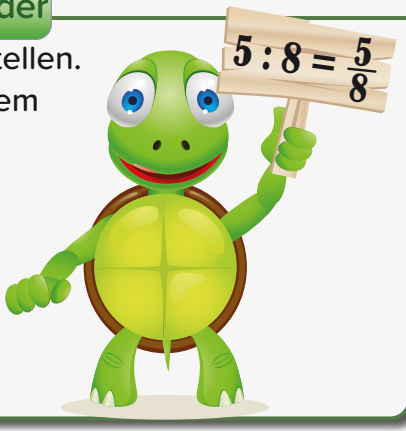
$4 : 3 = 1\frac{1}{3}$

Verteile 3 unterschiedliche Schokoriegel auf 5 Kinder

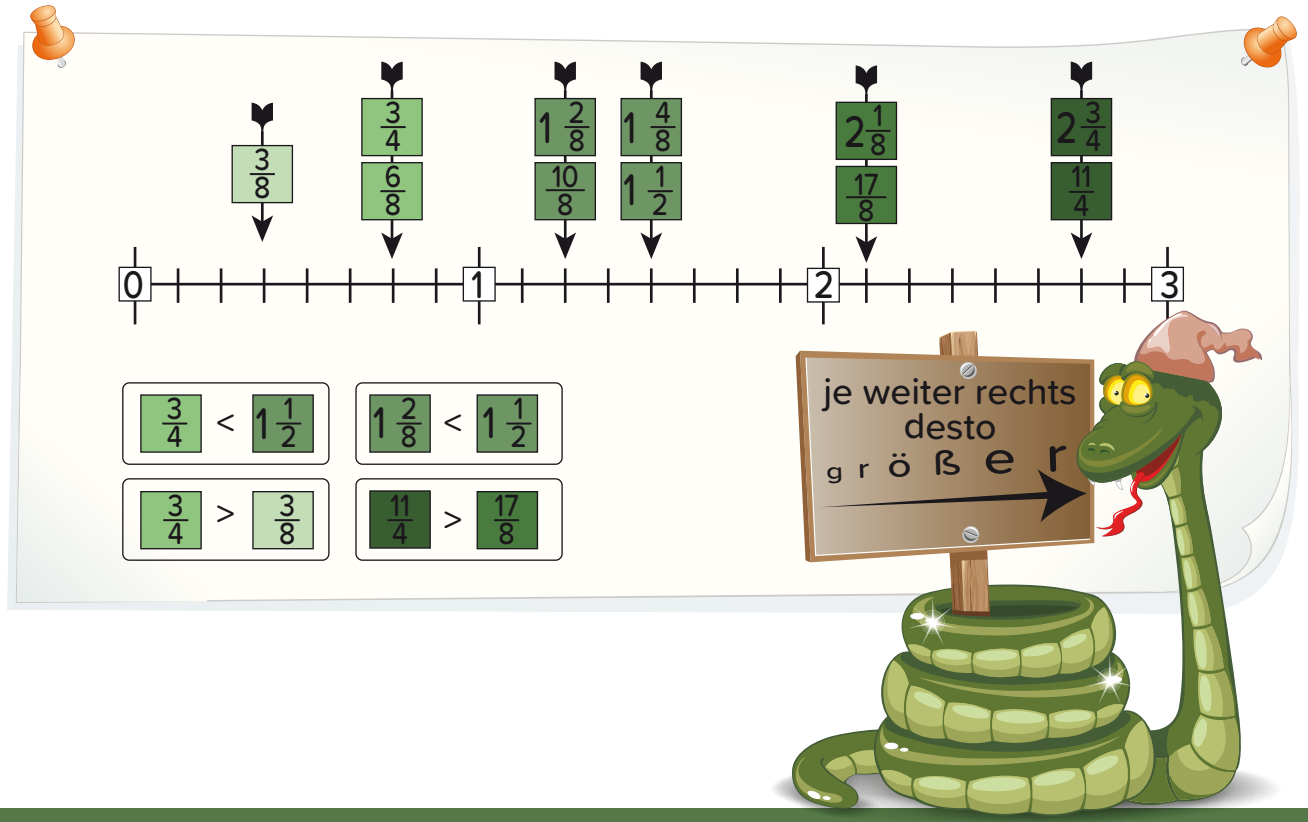
Die Schokoriegel lassen sich mit Rechtecksbildern darstellen. Man nimmt drei Rechtecke, markiert ein Fünftel von jedem Rechteck und fasst zu $\frac{3}{5}$ zusammen.



$3 : 5 = \frac{3}{5}$



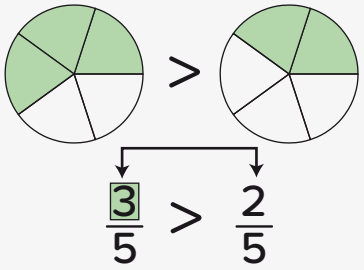
Man kann jeden Bruch auf der Zahlengerade einordnen. Für die gleiche Position findet man unendlich viele Bruchdarstellungen.



Beim Vergleichen von 2 Brüchen gibt es 3 Möglichkeiten: 2 gleiche Nenner, 2 gleiche Zähler oder nichts ist gleich.

Nenner gleich

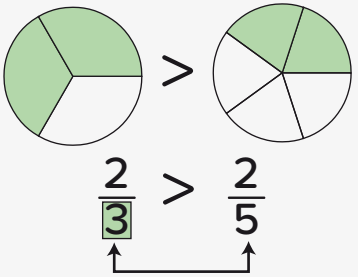
Das Ganze ist in gleiche Teile aufgeteilt



Der Bruch, der den *größeren Zähler* hat, hat mehr Anteile und ist somit größer.

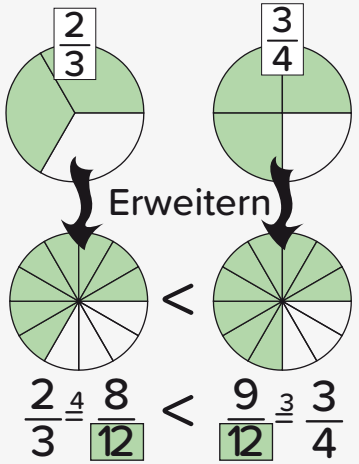
Zähler gleich

Das Ganze ist in ungleiche Teile aufgeteilt



Der Bruch, der den *kleineren Nenner* hat, hat größere Anteile und ist somit größer.

nichts gleich



Erweitere/kürze beide Brüche, sodass sie den *gleichen Nenner* (gleichnamig) haben.

Anteile können auch mithilfe von Prozenten und Kommazahlen (dezimal) angegeben werden. Prozente sind andere Schreibweisen für Brüche mit dem Nenner 100 (*pro cento = von Hundert*).

Bruch → Prozente

Erweitere den Bruch auf den Nenner 100 und schreibe den Zähler als Prozentangabe.

$$\frac{4}{5} = \frac{\boxed{80}}{100} = 80\%$$

$$\frac{1}{20} = \frac{\boxed{5}}{100} = 5\%$$

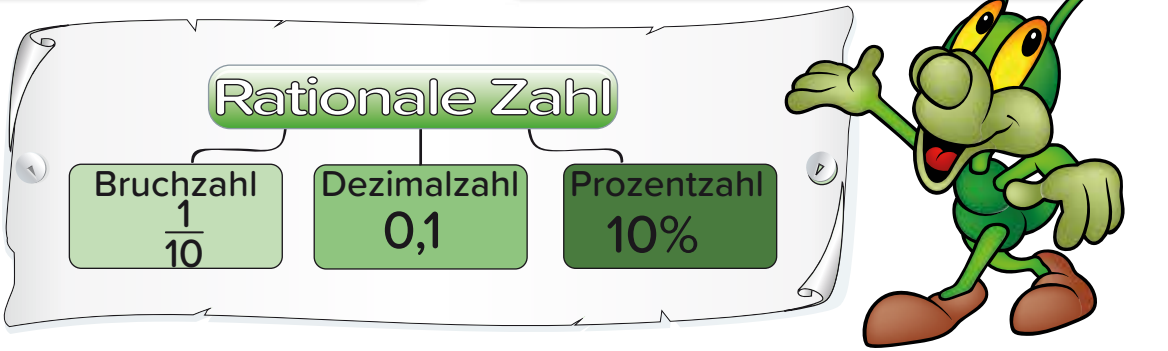
Dezimal → Prozente

Verschiebe das Komma um 2 Stellen nach rechts und schreibe dann als Prozentangabe.

$$\frac{\boxed{25}}{100} = 0{,}25 = 25\%$$

$$\frac{\boxed{40}}{100} = 0{,}40 = 0{,}4 = 40\%$$

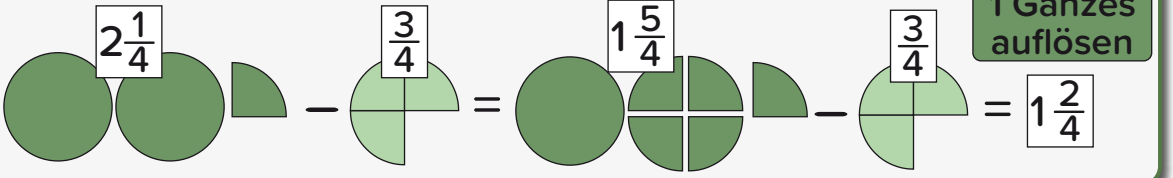
$$0{,}\overrightarrow{125} = 12{,}5\%$$



Gleichnamige Brüche

Addiere/Subtrahiere die Zähler und behalte den gemeinsamen Nenner

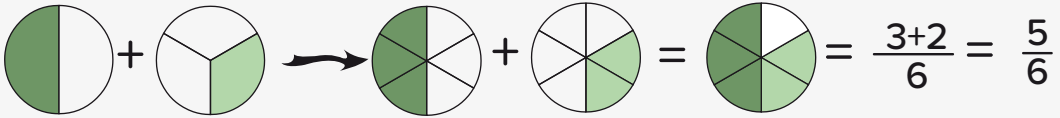
$$\frac{2}{6}+\frac{1}{6}=\frac{2+1}{6}=\frac{3}{6}$$



1 Ganzes auflösen

Ungleichnamige Brüche

Erweitere beide Brüche, sodass sie den gleichen Nenner haben.



$$\frac{3+2}{6}=\frac{5}{6}$$

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\rightarrow\frac{3}{6}+\frac{2}{6}$$

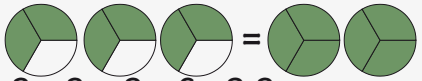
gleichnamig machen

Hauptnenner:
Vielfaches von 2 und 3

Wenn Brüche vervielfacht bzw. geteilt werden, werden sie mit einer ganzen Zahl multipliziert bzw. durch eine ganze Zahl dividiert.

Vervielfachen

Das 3-fache von $\frac{2}{3}$

$3 \cdot \frac{2}{3} \rightarrow$  $= 2$

$3 \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3} = \frac{6}{3} = \frac{3 \cdot 2}{3} = 2$

Das 2-fache von $1\frac{2}{5}$

$2 \cdot 1\frac{2}{5} \rightarrow$ $= \frac{14}{5} = 2\frac{4}{5}$

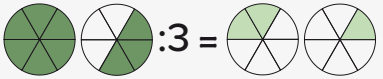
umwandeln — vorher kürzen

$1\frac{3}{5} \cdot 15 = \frac{8}{5} \cdot 15 = \frac{8 \cdot \cancel{15}^{3}}{\cancel{5}_{1}} = 24$

Multipliziere den **Zähler** mit der ganzen Zahl. Der Nenner bleibt.

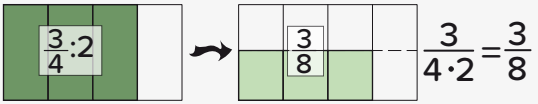
Teilen

Zähler ist durch Zahl teilbar

$1\frac{3}{6} : 3 \rightarrow$ 

Dividiere durch den Zähler $\rightarrow \frac{9}{6} : 3 = \frac{9:3}{6} = \frac{3}{6}$

Zähler ist nicht durch Zahl teilbar



$\frac{3}{4 \cdot 2} = \frac{3}{8}$

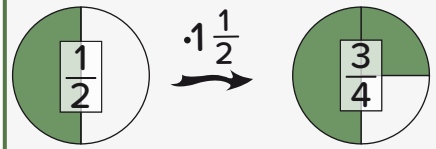
umwandeln — vorher kürzen

$4\frac{4}{5} : 12 = \frac{24}{5} : 12 = \frac{\cancel{24}^{2}}{5 \cdot \cancel{12}_{1}} = \frac{2}{5}$

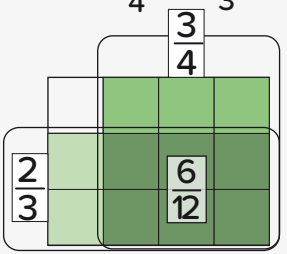
Multipliziere den **Nenner** mit der ganzen Zahl. Der Zähler bleibt.

Anteile von Anteilen

Das $1\frac{1}{2}$-fache **von** $\frac{1}{2}$



$\frac{3}{4}$ **von** $\frac{2}{3}$



Multiplikationsregeln

① $1\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3 \cdot 1}{2 \cdot 2} = \frac{3}{4}$

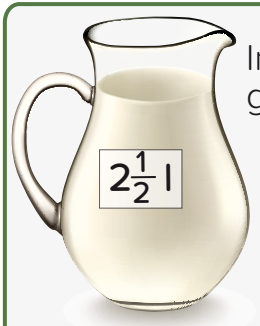
② $\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} = \frac{3 \cdot 2}{4 \cdot 3} = \frac{6}{12} = \frac{\overset{1}{\cancel{3}} \cdot \overset{1}{\cancel{2}}}{\underset{2}{\cancel{4}} \cdot \underset{1}{\cancel{3}}} = \frac{1 \cdot 1}{2 \cdot 1} = \frac{1}{2}$

③ $2\frac{12}{15} \cdot 1\frac{4}{21} = \frac{42}{15} \cdot \frac{25}{21} = \frac{\overset{2}{\cancel{42}} \cdot \overset{5}{\cancel{25}}}{\underset{3}{\cancel{15}} \cdot \underset{1}{\cancel{21}}} = \frac{10}{3} = 3\frac{1}{3}$

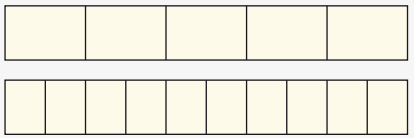
Multipliziere jeweils die Zähler und die Nenner miteinander.

Kürze vorher gleiche Faktoren, die im Zähler und im Nenner auftauchen.

Wandle gemischte Zahlen in echte Brüche um.



In einem Gefäß sind 2,5 Liter Milch. Wie oft kann das Glas gefüllt werden?



$2\frac{1}{2} : \frac{1}{4} = 10$

Das Glas kann 10 mal gefüllt werden.

Regel zur Division

Bilde vom 2.Bruch den Kehrbruch und multipliziere dann beide Brüche.

$$2\frac{1}{2} : \frac{1}{4} = \frac{5}{2} : \frac{1}{4} = \frac{10}{4} : \frac{1}{4} = 10 = \frac{10:1}{4:4} = \frac{10 \cdot 4}{4 \cdot 1}$$

$$\boxed{\frac{3}{4} : \frac{2}{5}} = \frac{3 \cdot 2 \cdot 5}{4 \cdot 2 \cdot 5} : \frac{2}{5} = \frac{3 \cdot 2 \cdot 5 : 2}{4 \cdot 2 \cdot 5 : 5} = \frac{3 \cdot \cancel{2} \cdot 5 : \cancel{2}}{4 \cdot 2 \cdot \cancel{5} : \cancel{5}} = \boxed{\frac{3}{4} \cdot \frac{5}{2}}$$

Aus $\frac{3}{4} : \frac{2}{5}$ wird $\frac{3}{4} \cdot \frac{5}{2} = \frac{15}{8} = 1\frac{7}{8}$